有限要素法シミュレーションソフトの活用研究報告書

静岡県立科学技術高等学校
機械工学科　　石川　好宏

１　はじめに

工業高校の機械系学科では、機械設計について学習する。その科目の中では、力学における荷重・応力について取り扱う。機械設計では荷重とその対象物の応力は重要な要素である。従来の機械設計の教材に付け加えて、形状変異や条件に対応できる手法として有限要素法（Finite Element Method、以下：FEM）がある。今回は、FEM のシミュレーションソフトを取り入れた解析による授業について研究する。

２　荷重・応力計算について

授業では応力解法の方法は、力学公式による計算が中心である。しかしながら、従来の手法で結果が得られるのは、はりや柱の応力、無限板に円孔がある場合の応力分布など、ごく限られた問題に対して有効で、複雑な形状には、形状から応力集中の生じそうな部分を経験的、実験的に求め、その部分の応力集中率を何とか知るに止まる。更に、3 次元の場合、あるいは物体が弾性形態、粘弾性状態にある場合などに対して、従来の手法ではほとんど実際の解析に適応は難しい。

３　FEM について

FEM は数値解析の一種であるが、原理的にはどのような形状のものでも扱えること、3 次元解析、弾組成解析などが容易であること、更に粘弾性解析、クリープ解析、疲労解析など従来の手法では、ほとんど扱えなかった問題についても応用が可能であることなど、多くの魅力ある特色を持ち、工学分野で欠くことのできない手法となっている。その基礎概念は、構造力学の分野では古くからであったが、当時は、膨大な量の計算を処理する方法がなく、概念的なものであった。それが 1950 年以降のコンピュータの進歩に伴って、現実可能な解析法としての意義を持つようになった。

FEM ソフトウエアは実験室・開発現場のような限られたニーズに対応した側面があるため、大変高価である。今回は教育用に公開されているフリーソフトウエアの EasySigma2DLite（株式会社　地層科学研究所）を使用する。紙面の制限の関係から、FEM ソフトの操作法や FEM の考え方については割愛する。

４　引張と圧縮問題について

図1は引張と圧縮現象の部材の中の一部分の応力断面を示した図である。

棒状の物体に中心軸方向に力 W が作用（荷重）する場合、それは内部でその断面に作用する垂直応力（単位面積当たりの力）として、物体の変形（ひずみと伸び/縮み）作用を起こす。内力 Nz とするとそのつり合いにより、Nz＝W であり、また、内力は一様に分布する。したがって、単位面積当たりに生じている内力 σ は、次式で表わされる。

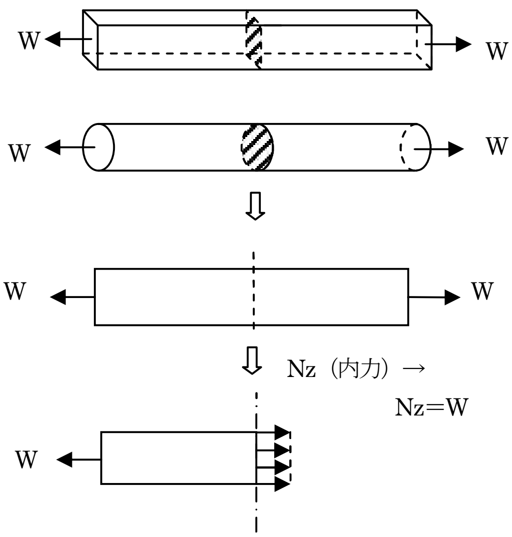


図1　応力

$$\delta = \frac{N_z}{A} = \frac{W}{A}\sigma$$ ：垂直応力（単に応力）と呼ぶ。

５　引張荷重とその伸びについて

ここに引張荷重の問題例と解法を示す。

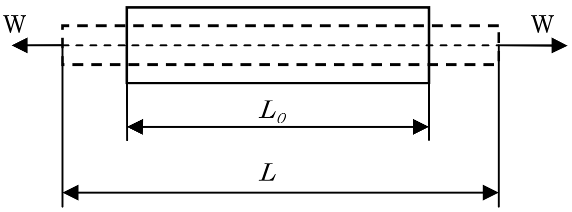


図2　荷重による伸びの様子

物体に応力が作用すると、ひずみ ε（単位長さ当たりの伸び/縮み）が発生する。このとき、応力 σ とひずみ ε は、弾性変形の範囲内において比例する。（フックの法則）

$$\varepsilon = \frac{\delta}{E}$$ E:ヤング率（材料によって異なる物性値）

物体の変形（ひずみと伸び/縮み）は伸び λ と表され、

λ は、$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{\lambda}{L_0}$（単位長さあたりの伸び）より、

$$\lambda = \varepsilon L_0 = \frac{\delta}{E} L_0 = \frac{WL_0}{EA}$$ となる。

６　演習問題１

図3のような角棒がある。高さを20mm、厚さを10mmとして、荷重の大きさを$W_1 = W_2 = 1000$N（≒100kgf）とすると、応力はいくらになるか考える。また、棒の長さを$\ell_1 = 40$mm、$\ell_2 = 60$mm とし、棒の伸び λ を求める。ただし、棒のヤング率を E=200 × 10^3N/mm^2=200 × 10^3MPa=200GPa とする。

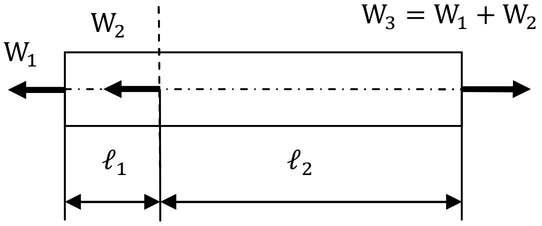


図３　演習問題１

まず、この角棒の断面積を求めると以下の式になる。

$$A \quad = 20\mathrm{mm} \times 10\mathrm{mm} = 200\mathrm{mm}^2$$

ℓ_1区間の応力σ_1、ℓ_2区間の応力σ_2とすると

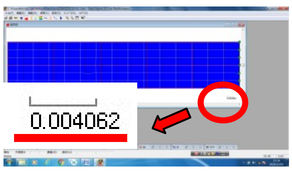
$$\sigma_1 = \frac{1000\mathrm{N}}{200\mathrm{mm}^2} = 5\mathrm{N/mm}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{2000}{200\mathrm{mm}^2} = 10\mathrm{N/mm}^2 \quad \text{となる。}$$

$$\lambda \quad = \frac{1000\mathrm{N} \times 40\mathrm{mm} + 2000\mathrm{N} \times 60\mathrm{mm}}{200\mathrm{mm}^2 \times 200 \times 1000\mathrm{N/mm}^2}$$

$= 0.004\mathrm{mm}$（λ伸びの理論値）

前述の FEM を使って、シミュレーションした結果を以下に示す。結果は 0.004062 となった。



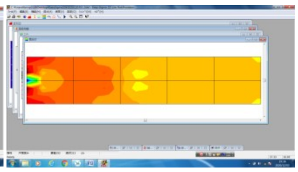


図4　ソフト画面　　図5　解析画面

7　演習問題２

図6のような角棒がある。形状は演習問題1と同じである。ただし、両側を剛性壁（変形しない）で囲われている。高さを 20mm、厚さを 10mm として、荷重の大きさを W＝2000N（≒200kgf）とし、応力はいくらになるか考える。また、棒の長さをℓ_1＝60mm、ℓ_2＝40mm とし、棒の伸びλを求める。ただし、棒のヤング率を E=200×10³N/mm²=200×10³MPa=200GPa とする。

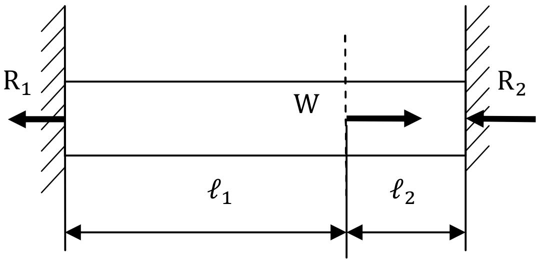


図6　不静定問題

R_1、R_2を壁から受ける反力とする時、$R_1 + R_2$＝W で、R_1、R_2は棒に加わる外力は力のつり合いのみで決まらない不静定問題である。ℓ_1区間の応力σ_1、伸びλ_1、ℓ_2区間の応力σ_2、伸びλ_2とすると

$$\sigma_1 = \frac{R_1}{A},\ \varepsilon_1 = \frac{R_1}{EA},\ \lambda_1 = \frac{R_1\ell_1}{EA}$$

$$\sigma_2 = \frac{R_1 - W}{A},\ \varepsilon_2 = \frac{R_1 - W}{EA},\ \lambda_2 = \frac{(R_1 - W)\ell_2}{EA}$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 0\text{より、}\frac{R_1\ell_1}{EA} + \frac{(R_1 - W)\ell_2}{EA} = 0$$

$$\text{これより、}R_1 = \frac{W\ell_2}{\ell_1 + \ell_2}$$

$$\sigma_1 = \frac{W\ell_2}{(\ell_1+\ell_2)A} \qquad (1)$$

$$\sigma_2 = \frac{R_1 - W}{A} = -\frac{W\ell_1}{(\ell_1+\ell_2)A} \qquad (2)$$

$$\text{また、}R_1 + R_2 = W \text{ より、}R_2 = \frac{W\ell_1}{\ell_1+\ell_2}$$

$$\text{伸び}\lambda\text{は}\lambda \quad = \frac{R_1\ell_1}{EA} = -\frac{W\ell_1\ell_2}{EA(\ell_1+\ell_2)} \qquad (3)$$

(1)、(2)、(3)式を使って求めると

$$\sigma_1 = \frac{2000\mathrm{N} \times 40\mathrm{mm}}{100\mathrm{mm} \times 200\mathrm{mm}^2} = 4\mathrm{N/mm}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{2000\mathrm{N} \times 60\mathrm{mm}}{100\mathrm{mm} \times 200\mathrm{mm}^2} = -6\mathrm{N/mm}^2 \quad \text{となる。}$$

$$\lambda \quad = \frac{2000\mathrm{N} \times 40\mathrm{mm} \times 60\mathrm{mm}}{200 \times 10^3\mathrm{N/mm}^2 \times 200\mathrm{mm}^2 \times 100\mathrm{mm}}$$

$$= 0.0012\mathrm{mm}$$

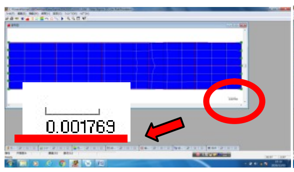
$$\sigma_1 = \frac{2000\mathrm{N} \times 40\mathrm{mm}}{100\mathrm{mm} \times 200\mathrm{mm}^2} = 4\mathrm{N/mm}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{2000\mathrm{N} \times 60\mathrm{mm}}{100 \times 200\mathrm{mm}^2} = -6\mathrm{N/mm}^2$$

$$\lambda \ = \frac{2000\mathrm{N} \times 40\mathrm{mm} \times 60\mathrm{mm}}{200 \times 10^3\mathrm{N/mm}^2 \times 200\mathrm{mm}^2 \times 100\mathrm{mm}}$$

$= 0.0012\mathrm{mm}$（λ伸びの理論値）

前述の FEM を使って、シミュレーションした結果を以下に示す。結果は 0.001769 となった。



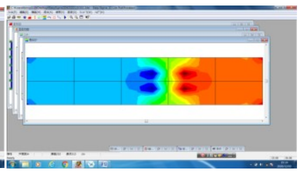


図7　ソフト画面　　図8　解析画面

8　まとめ

荷重と応力の演習問題を準備して、FEM ソフトによりモデル化した構造物に荷重を与えて、解析する手法について研究した。ソフト上でのパラメータの与え方や部材の拘束条件について試行錯誤して構造解析に利用できることができた。少ない情報の中から実際にソフトを動かすことは大変苦労があったが、教科書から ICT 機器を使った視覚的に体験できる教材の研究ができ、今後の授業の中で取り入れていきたいと考える。

最後に本研究を実施するに当たり、採用していただいた静岡県産業教育振興会に感謝する。