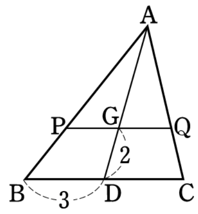
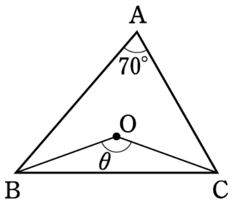
M1 臨時休業中課題　※休業明けの最初の数学 A の授業で提出

年　組　番　名前　　　　　　　　　　　　　　　｜　点

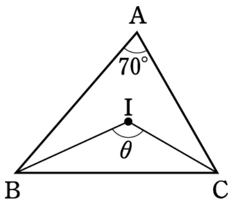
【1】右の図で，点 G は △ABC の重心で，線分 PQはGを通って辺BCに平行である。BD＝3，GD＝2のとき，AG，PQの長さを求めよ。



【2】右の図で，点Oが△ABCの外心であるとき，角θを求めよ。



【3】右の図で，点Iが△ABCの内心であるとき，角θを求めよ。



【4】**例題**　右の図において

AQ : QC＝1 : 3

AR : RB＝2 : 3

であるとき，BP : PCを求めてみよう。

チェバの定理により

$$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=1 \quad \cdots ①$$

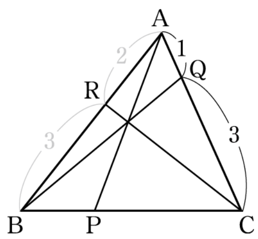
ここで
$$\frac{CQ}{QA}=\frac{3}{1} \quad \cdots ②$$

$$\frac{AR}{RB}=\frac{2}{3} \quad \cdots ③$$

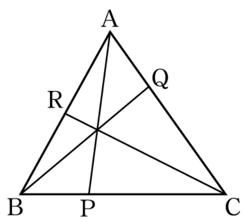
であるから，②，③を①に代入して

$$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{3}{1}\cdot\frac{2}{3}=1 \qquad よって \qquad \frac{BP}{PC}=\frac{1}{2}$$

すなわち　　BP : PC＝1 : 2



【5】右の図において，点Q, Rがそれぞれ辺AC，ABを次の比に内分するとき，BP : PCを求めよ。



(1)　AQ : QC＝2 : 3＝AR : RB＝2 : 1

(2)　AQ : QC＝3 : 1＝AR : RB＝3 : 1

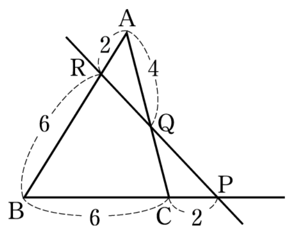
【6】**例題**　右の図で，CQの長さを求めてみよう。

メネラウスの定理により

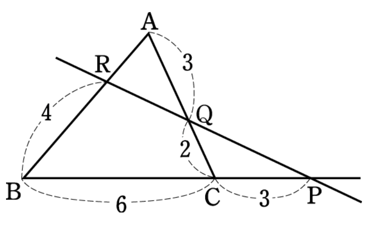
$$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$$

であるから
$$\frac{8}{2}\cdot\frac{CQ}{4}\cdot\frac{2}{6}=1$$

よって，CQ＝3である。

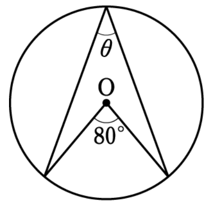


【7】右の図で，ARの長さを求めよ。

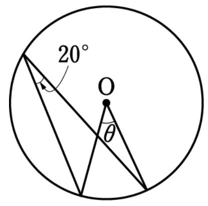


【8】下の図で，角θを求めよ。ただし，Oは円の中心である。

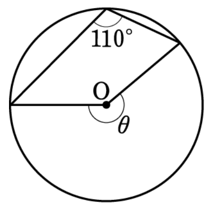
(1)



(2)

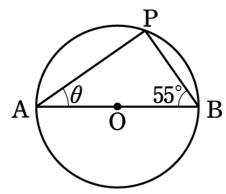


(3)

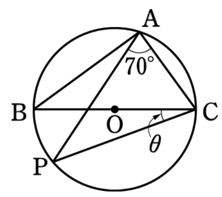


【9】下の図で，角θを求めよ。ただし，Oは円の中心である。

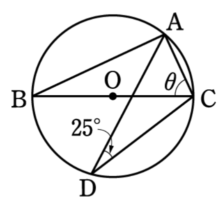
(1)



(2)

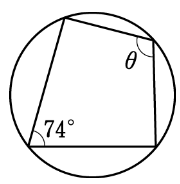


(3)

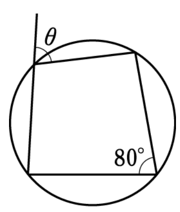


【10】下の図で，角θを求めよ。

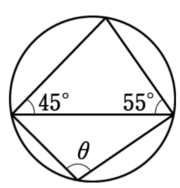
(1)



(2)

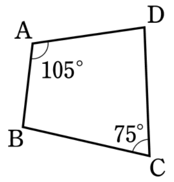


(3)

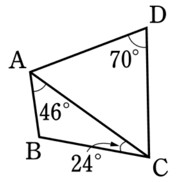


【11】次の四角形ABCDのうち，円に内接するものはどれか。

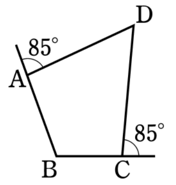
①



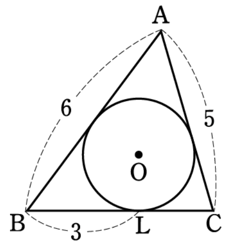
②



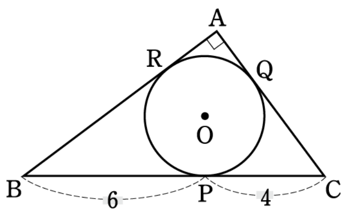
③



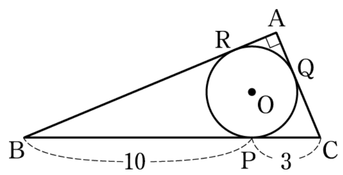
【12】右の図で，円Oは△ABCの内接円で，Lは接点である。AB＝6，AC＝5，BL＝3のとき，BCの長さを求めよ。



【13】右の図で，円Oは直角三角形ABCの内接円で，P，Q，Rは接点である。BP＝6，CP＝4のとき，円Oの半径を求めよ。



【14】右の図で，円Oは直角三角形ABCの内接円で，P，Q，Rは接点である。BP＝10，CP＝3のとき，円Oの半径とAB，ACの長さをそれぞれ求めよ。



解　説

【1】

点Gは△ABCの重心であるから

$AG : GD = 2 : 1$

$\mathbf{AG} = 2GD = 2 \cdot 2 = \mathbf{4}$

点Dは辺BCの中点であるから　$DC = 3$

よって　$BC = 3 + 3 = 6$

$PQ \parallel BC$であるから

$PQ : BC = AP : AB$

$= AG : AD$

より　$PQ : 6 = 2 : 3$

$3PQ = 12$

よって　$\mathbf{PQ = 4}$

【2】

点Oは△ABCの外心であるから

$\angle OAB = \angle OBA$

$\angle OAC = \angle OCA$

$\angle OAB + \angle OAC = 70^\circ$

であるから

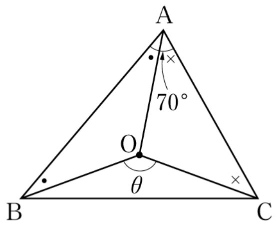
$\angle OBA + \angle OCA = 70^\circ$

よって，△ABCにおいて

$\angle OBC + \angle OCB = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$

△OBCにおいて

$\theta = 180^\circ - 40^\circ = \mathbf{140^\circ}$

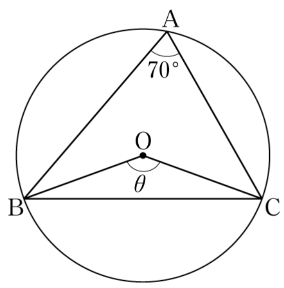


〔別解〕

点Oは△ABCの外心であるから，円周角の定理により

$\theta = 70^\circ \times 2$

$= 140^\circ$



【3】

点Iは△ABCの内心であるから

$\angle ABI = \angle CBI$

$\angle ACI = \angle BCI$

△ABCにおいて

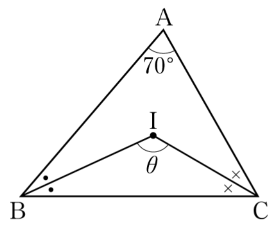
$\angle ABI + \angle CBI + \angle ACI + \angle BCI + 70^\circ$

$= 2\angle CBI + 2\angle BCI + 70^\circ = 180^\circ$

よって　$\angle CBI + \angle BCI = 55^\circ$

△IBCにおいて

$\theta = 180^\circ - 55^\circ = \mathbf{125^\circ}$



【5】

(1)　チェバの定理により

$$\frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} = 1$$

ここで，$\dfrac{CQ}{QA} = \dfrac{3}{2}$，$\dfrac{AR}{RB} = \dfrac{2}{1}$であるから

$$\frac{BP}{PC} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{1} = 1$$

よって　$\dfrac{BP}{PC} = \dfrac{1}{3}$

すなわち　$\mathbf{BP : PC = 1 : 3}$

(2)　チェバの定理により

$$\frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} = 1$$

ここで，$\dfrac{CQ}{QA} = \dfrac{1}{3}$，$\dfrac{AR}{RB} = \dfrac{3}{1}$であるから

$$\frac{BP}{PC} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{1} = 1$$

すなわち　$\mathbf{BP : PC = 1 : 1}$

【7】

メネラウスの定理により

$$\frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} = 1$$

$AR = x$とし，それぞれの長さを代入すると

$$\frac{6+3}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{4} = 1$$

$$\frac{x}{2} = 1$$

$$x = 2$$

よって　$\mathbf{AR = 2}$

【8】

(1)　$\theta = 80^\circ \times \dfrac{1}{2} = \mathbf{40^\circ}$

(2)　$\theta = 20^\circ \times 2 = \mathbf{40^\circ}$

(3)　$\theta = 110^\circ \times 2 = \mathbf{220^\circ}$

【9】

(1)　直径と円周角の関係により

$\angle APB = 90^\circ$

よって

$\theta = 180^\circ - (90^\circ + 55^\circ) = \mathbf{35^\circ}$

(2)　直径と円周角の関係により

$\angle BAC = 90^\circ$

よって　$\angle BAP = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$

円周角の定理により，$\angle BAP = \angle BCP$であるから

$\boldsymbol{\theta = 20^\circ}$

(3)　円周角の定理により

$\angle ABC = \angle ADC = 25^\circ$

直径と円周角の関係により

$\angle BAC = 90^\circ$

よって

$\theta = 180^\circ - (90^\circ + 25^\circ) = \mathbf{65^\circ}$

【10】

(1)　円に内接する四角形の対角の和は180°であるから

$\theta = 180^\circ - 74^\circ = \mathbf{106^\circ}$

(2)　円に内接する四角形の外角は，それと隣り合う内角の対角に等しいから

$\boldsymbol{\theta = 80^\circ}$

(3)　$\theta + \{180^\circ - (45^\circ + 55^\circ)\} = 180^\circ$より

$\boldsymbol{\theta = 100^\circ}$

【11】

(1)　∠A＋∠C＝105°＋75°＝180°

(2)　∠ABC＝180°－(46°＋24°)＝110°

　∠B＋∠D＝110°＋70°＝180°

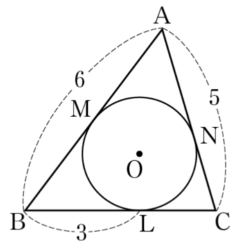
(3)　∠BAD＝180°－85°＝95°

　よって，∠BADと∠Cの外角は等しくない。

したがって，①，②

【12】

右の図のように，AB，ACと円Oとの接点をそれぞれM，Nとする。



接線の長さの定理により

BM＝BL＝3

AM＝BA－BM

＝6－3＝3

AN＝AM＝3

CN＝AC－AN

＝5－3＝2

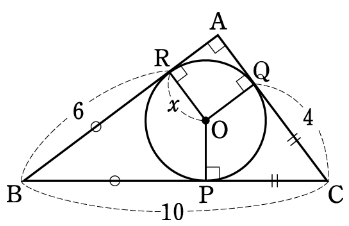
CL＝CN＝2

よって　BC＝BL＋CL＝3＋2＝**5**

【13】

四角形AROQは正方形であるから，

円Oの半径をxとおくと



AR＝AQ＝x

一方

BR＝BP＝6

CQ＝CP＝4

であるから，△ABCに三平方の定理を用いて

$$(x+6)^2+(x+4)^2=10^2$$

整理して　$x^2+10x-24=0$

$(x+12)(x-2)=0$

よって　$x=-12,\ 2$

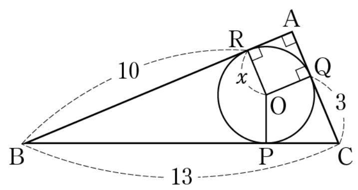
xは半径であるから，$x>0$より　$x=2$

したがって，円Oの半径は**2**である。

【14】

四角形AROQは正方形であるから，

円Oの半径をxとおくと



AR＝AQ＝x

一方

BR＝BP＝10

CQ＝CP＝3

であるから，△ABCに三平方の定理を用いて

$$(x+10)^2+(x+3)^2=13^2$$

整理して　$x^2+13x-30=0$

$(x+15)(x-2)=0$

よって　$x=-15,\ 2$

xは半径であるから，$x>0$より　$x=2$

したがって，円Oの半径は2である。

また　**AB**＝AR＋RB＝2＋10＝**12**

AC＝AQ＋QC＝2＋3＝**5**