

## M1 数学 I の課題

### ※1月21日の数学 I の授業で提出

$$\text{例1(1)} \quad (x+2)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 + 2^3 \\ = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

$$(2) \quad (2x-y)^3 = (2x)^3 - 3 \cdot (2x)^2 \cdot y + 3 \cdot 2x \cdot y^2 - y^3 \\ = 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$$

問1 例1にならって、次の式を展開せよ。

$$(1) \quad (x-1)^3$$

$$(2) \quad (2x+1)^3$$

$$(3) \quad (x-3y)^3$$

$$(4) \quad (3x+2y)^3$$

$$\text{例2(1)} \quad (x+3)(x^2-3x+9) \\ = (x+3)(x^2-x \cdot 3+3^2) \\ = x^3+3^3 \\ = x^3+27$$

$$(2) \quad (2x-5y)(4x^2+10xy+25y^2) \\ = (2x-5y)\{(2x)^2+2x \cdot 5y+(5y)^2\} \\ = (2x)^3-(5y)^3 \\ = 8x^3-125y^3$$

問2 例2にならって、次の式を展開せよ。

$$(1) \quad (x+1)(x^2-x+1)$$

$$(2) \quad (2x-1)(4x^2+2x+1)$$

$$(3) \quad (3x+y)(9x^2-3xy+y^2)$$

M1 番号( ) 氏名( )

$$(4) \quad (x-10y)(x^2+10xy+100y^2)$$

$$\text{例3 (1)} \quad x^3+1 = x^3+1^3 = (x+1)(x^2-x \cdot 1+1^2) \\ = (x+1)(x^2-x+1)$$

$$(2) \quad x^3-8y^3 = x^3-(2y)^3 \\ = (x-2y)\{x^2+x \cdot 2y+(2y)^2\} \\ = (x-2y)(x^2+2xy+4y^2)$$

問3 例3にならって、次の式を因数分解せよ。

$$(1) \quad x^3-1$$

$$(2) \quad x^3+125$$

$$(3) \quad x^3-27y^3$$

$$(4) \quad 8x^3+y^3$$

例4 次の式を因数分解せよ。  $x^6-1$   
 $x^3=A$ とおくと

$$x^6-1 = A^2-1 = (A+1)(A-1) \\ = (x^3+1)(x^3-1) \\ = (x+1)(x^2-x+1) \times (x-1)(x^2+x+1) \\ = (x+1)(x-1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$$

問4 例4にならって、次の式を因数分解せよ。

$$(1) \quad a^6-b^6$$

$$(2) \quad x^6+2x^3+1$$

例5  $A=2x^2+7x+5$ ,  $B=x+3$ のとき,  $A$ を $B$ で割ると次のようになる。

$$\begin{array}{r}
 \boxed{2x+1} \text{ ← 商} \\
 \boxed{x+3} \overline{) 2x^2+7x+5} \\
 \underline{2x^2+6x} \quad \cdots \cdots (x+3) \times 2x \\
 x+5 \\
 \underline{x+3} \quad \cdots \cdots (x+3) \times 1 \\
 2 \text{ ← 余り}
 \end{array}$$

最後の行に現れた2は, 割る式 $x+3$ よりも次数が低いので, これ以上計算を続けることができない。

このとき,  $2x^2+7x+5$ を $x+3$ で割ったときの商は $2x+1$ , 余りは2であるという。上の割り算から

$$A = B \times (2x+1) + 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

が成り立つことがわかる。

例5にならって、以下の問いを解きなさい。

問5  $A=6x^2-5x+1$ を $B=3x-4$ で割る計算をせよ。

問6 次の整式 $A$ を整式 $B$ で割り, 商と余りを求めよ。

(1)  $A=2x^3-7x^2+3x+8$ ,  $B=x^2-x-3$

(2)  $A=2x^3+4x^2+7$ ,  $B=2x^2-3$

問7 次の整式 $A$ を整式 $B$ で割り, 商と余りを求めよ。

(1)  $A=2x^3+3x^2-8x+1$ ,  $B=x^2+3x-2$

(2)  $A=x^3-x^2-1$ ,  $B=x^2+2$

問1 (1)  $(x-1)^3 = x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 1 + 3 \cdot x \cdot 1^2 - 1^3$   
 $= x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

(2)  $(2x+1)^3 = (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 2x \cdot 1^2 + 1^3$   
 $= 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$

(3)  $(x-3y)^3 = x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 3y + 3 \cdot x \cdot (3y)^2 - (3y)^3$   
 $= x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 27y^3$

(4)  $(3x+2y)^3 = (3x)^3 + 3 \cdot (3x)^2 \cdot 2y$   
 $+ 3 \cdot 3x \cdot (2y)^2 + (2y)^3$   
 $= 27x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3$

問2 (1)  $(x+1)(x^2-x+1)$   
 $= (x+1)(x^2-x \cdot 1+1^2)$   
 $= x^3 + 1^3 = x^3 + 1$

(2)  $(2x-1)(4x^2+2x+1)$   
 $= (2x-1)\{(2x)^2+2x \cdot 1+1^2\}$   
 $= (2x)^3 - 1^3 = 8x^3 - 1$

(3)  $(3x+y)(9x^2-3xy+y^2)$   
 $= (3x+y)\{(3x)^2-3x \cdot y+y^2\}$   
 $= (3x)^3 + y^3 = 27x^3 + y^3$

(4)  $(x-10y)(x^2+10xy+100y^2)$   
 $= (x-10y)\{x^2+x \cdot 10y+(10y)^2\}$   
 $= x^3 - (10y)^3 = x^3 - 1000y^3$

問3 (1)  $x^3-1 = x^3-1^3$   
 $= (x-1)(x^2+x \cdot 1+1^2)$   
 $= (x-1)(x^2+x+1)$

(2)  $x^3+125 = x^3+5^3$   
 $= (x+5)(x^2-x \cdot 5+5^2)$   
 $= (x+5)(x^2-5x+25)$

(3)  $x^3-27y^3 = x^3-(3y)^3$   
 $= (x-3y)\{x^2+x \cdot 3y+(3y)^2\}$   
 $= (x-3y)(x^2+3xy+9y^2)$

(4)  $8x^3+y^3 = (2x)^3+y^3$   
 $= (2x+y)\{(2x)^2-2x \cdot y+y^2\}$   
 $= (2x+y)(4x^2-2xy+y^2)$

問4 (1)  $a^3 = A, b^3 = B$ とおくと

$$\begin{aligned} & a^6 - b^6 \\ &= A^2 - B^2 \\ &= (A+B)(A-B) \\ &= (a^3+b^3)(a^3-b^3) \\ &= (a+b)(a^2-ab+b^2)(a-b)(a^2+ab+b^2) \\ &= (a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2) \end{aligned}$$

(2)  $x^3 = A$ とおくと

$$\begin{aligned} & x^6 + 2x^3 + 1 \\ &= A^2 + 2A + 1 \\ &= (A+1)^2 \\ &= (x^3+1)^2 \\ &= \{(x+1)(x^2-x+1)\}^2 \\ &= (x+1)^2(x^2-x+1)^2 \end{aligned}$$

問5

$$\begin{array}{r} 2x+1 \\ 3x-4 \overline{) 6x^2-5x+1} \\ \underline{6x^2-8x} \phantom{+1} \\ 3x+1 \\ \underline{3x-4} \\ 5 \end{array}$$

商  $2x+1$ , 余り  $5$

$$A = B \times (2x+1) + 5$$

問6

$$(1) \begin{array}{r} 2x-5 \\ x^2-x-3 \overline{) 2x^3-7x^2+3x+8} \\ \underline{2x^3-2x^2-6x} \phantom{+8} \\ -5x^2+9x+8 \\ \underline{-5x^2+5x+15} \\ 4x-7 \end{array}$$

商  $2x-5$ , 余り  $4x-7$

$$(2) \begin{array}{r} x+2 \\ 2x^2 \square - 3 \overline{) 2x^3+4x^2 \square + 7} \\ \underline{2x^3 \square - 3x} \phantom{+7} \\ 4x^2+3x+7 \\ \underline{4x^2 \square - 6} \\ 3x+13 \end{array}$$

商  $x+2$ , 余り  $3x+13$

問7

$$(1) \begin{array}{r} 2x-3 \\ x^2+3x-2 \overline{) 2x^3+3x^2-8x+1} \\ \underline{2x^3+6x^2-4x} \phantom{+1} \\ -3x^2-4x+1 \\ \underline{-3x^2-9x+6} \\ 5x-5 \end{array}$$

商  $2x-3$ , 余り  $5x-5$

$$(2) \begin{array}{r} x-1 \\ x^2 \square + 2 \overline{) x^3-x^2 \square - 1} \\ \underline{x^3 \square + 2x} \phantom{-1} \\ -x^2-2x-1 \\ \underline{-x^2 \square - 2} \\ -2x+1 \end{array}$$

商  $x-1$ , 余り  $-2x+1$